|  |  |
| --- | --- |
| **Nombre:** | Luis de la Garza González |
| **Matrícula:** | al03101869 |
| **Nombre del curso:** | Machine Learning. |
| **Trabajo:** | Actividad Fase I.- Modelos matemáticos para el aprendizaje en territorio. |
| **Nombre del profesor:** | Mtro. |
| **Fecha:** | 05 de octubre de 2025 |

**Contenido**

[**Objetivo** 3](#_Toc207688390)

[**Instrucciones:** 3](#_Toc207688391)

[**Rúbrica:** 4](#_Toc207688392)

[**Desarrollo** 6](#_Toc207688393)

[1. Revisión de conceptos de álgebra lineal y probabilidad. 6](#_Toc207688394)

[2. Vehículo Autónomo 14](#_Toc207688395)

[3. Modelo y determinación de componentes de ML 14](#_Toc207688396)

[4. Características adicionales al modelo utilizando IBM Cloud 16](#_Toc207688397)

[5. Programa para realizar reducción con la menor pérdida posible. 18](#_Toc207688398)

[6. Conocimientos matemáticos aplicados al punto 2. 22](#_Toc207688399)

[**Conclusiones** 24](#_Toc207688400)

[**Liga al código en Github** 26](#_Toc207688401)

# **Objetivo**

Desarrollar una solución integral basada en aprendizaje automático para modelar el comportamiento de un vehículo inteligente dentro de una planta industrial

Aplicar conocimientos matemáticos clave (álgebra lineal, probabilidad, optimización), integrar herramientas computacionales (como Python y plataformas en la nube) y demostrar la viabilidad técnica mediante simulaciones, análisis lógico y programación funcional.

# **Instrucciones:**

**1. Revisa:**

* Las operaciones con escalares, vectores y matrices.
* Los diferentes tipos de normas (Manhattan y euclidiana) y sus diferentes usos.
* La descomposición matricial en valores singulares y su interpretación geométrica.
* Las características del espacio de probabilidad, las variables aleatorias y los diferentes tipos de distribuciones de probabilidad.
* El teorema de Bayes y su aplicación para solucionar problemas probabilísticos.
* Los métodos de optimización y sus diferentes implementaciones.

**2. Lee con detenimiento la siguiente situación:**

En una planta industrial se está considerando la introducción de un vehículo inteligente que sea capaz de trasladarse de forma autónoma a través de las instalaciones y de transportar los productos desde el área de almacenamiento central hasta las diferentes zonas de manufactura. La empresa tiene tres áreas de manufactura y cada producto se encuentra empacado en un contenedor específico que identifica el área a la que pertenece.

**3. Aplicando el pensamiento lógico y analítico, modela la situación planteada anteriormente** y determina, a partir de tus conocimientos actuales, cuáles serían los componentes de aprendizaje automático que consideras necesarios incluir para implementar la solución.

**4.** Considerando la incorporación de los recursos disponibles de una plataforma en la nube (por ejemplo, IBM Cloud) y conociendo que el vehículo puede conectarse a esta de alguna forma. ¿Cuáles serían las nuevas características que podrías agregarle a tu solución para mejorar aún más la propuesta inicial?

**5.** Se conoce que un vehículo como el descrito puede tener una o varias cámaras incorporadas, cuya resolución de captura es de 1920 x 1080 píxeles.

Si la máxima calidad con la que se pueden transmitir las imágenes a través de la red está limitada a la tercera parte de la resolución original, desarrolla un programa que sea capaz de realizar esta reducción con la menor pérdida posible. Considera el lenguaje de programación Python y la aplicación de la descomposición matricial en valores singulares.

**6.** Realiza un análisis a partir de los conocimientos matemáticos recordados durante el módulo y determina cuáles de estos se necesitan poner en práctica para solucionar una problemática como la planteada en el punto 2.

**7.** Elabora un informe digital con tus respuestas y con el código utilizado para resolver el punto 5.

Entrega el reporte en el espacio indicado por la plataforma institucional.

# **Rúbrica:**

| **Nivel de desempeño** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Criterios de evaluación** | **Altamente competente**  100% – 86% | **Competente**  85% – 70%**)** | **Aún sin desarrollar la competencia**  69% – 0% | **%** |
| 1. Modelado de la situación y propuesta de solución | **20 – 18** | **17 – 15** | **14 – 0** | **20** |
| Modela correctamente la situación planteada, identifica de forma clara y detallada los elementos de aprendizaje automático necesarios para la solución, y los justifica adecuadamente en el contexto del problema. | Modela la situación y sugiere los elementos de aprendizaje automático, pero con justificaciones limitadas o generales sobre su elección. | No modela la situación de forma adecuada o no sugiere elementos relevantes de aprendizaje automático para la solución. |
| 2. Incorporación de características con plataforma en la nube | **20 – 18** | **17 – 15** | **14 – 0** | **20** |
| Propone características innovadoras y bien fundamentadas al incorporar una plataforma en la nube, mejorando significativamente la solución planteada. | Sugiere características adicionales con la plataforma en la nube, pero con impacto limitado o con fundamentos insuficientes. | No sugiere características nuevas relevantes o no considera el uso de la plataforma en la nube para mejorar la solución. |
| 3. Programa de compresión de imágenes en Python | **20 – 18** | **17 – 15** | **14 – 0** | **20** |
| Implementa un programa funcional que reduce la resolución de las imágenes utilizando descomposición matricial en valores singulares (SVD), con código bien documentado y resultados reproducibles. | Construye un programa funcional de compresión de imágenes, pero presenta errores menores en la implementación o en la documentación del código. | No implementa correctamente el programa de compresión de imágenes o no utiliza SVD como técnica principal. |
| 4. Análisis de conocimientos matemáticos necesarios | **20 – 18** | **17 – 15** | **14 – 0** | **20** |
| Realiza un análisis exhaustivo e identifica correctamente los conocimientos matemáticos necesarios (álgebra lineal, probabilidades, cálculo) para abordar la problemática, justificando su relevancia en cada etapa del proceso. | Identifica los conocimientos matemáticos necesarios, pero con explicaciones limitadas o con omisiones en algunos conceptos clave. | No identifica correctamente los conocimientos matemáticos necesarios o no justifica su aplicación en la problemática planteada. |
| 5. Informe y código entregable | **20 – 18** | **17 – 15** | **14 – 0** | **20** |
| Elabora un informe claro y bien estructurado que incluye evidencia completa del análisis y los resultados, con el código correctamente integrado y explicaciones detalladas de su funcionamiento. | Elabora un informe estructurado, pero con detalles incompletos o sin una integración clara del código. | No presenta un informe estructurado o no incluye evidencias completas del análisis y los resultados, o el código no es funcional o explicado adecuadamente. |

# **Desarrollo**

# 1. Revisión de conceptos de álgebra lineal y probabilidad.

**Revisa:**

* **Las operaciones con escalares, vectores y matrices.**

**Escalares**

Un escalar es un número real que representa magnitud sin dirección. Se usa para modificar otros objetos matemáticos:

- Multiplicación escalar:

- Con vectores: multiplica cada componente del vector.

- Con matrices: multiplica cada elemento de la matriz.

Vectores

Un vector tiene magnitud y dirección. Se representa como una lista ordenada de números (componentes).

Operaciones básicas:

- Suma y resta: componente a componente.

- Ejemplo:

- Multiplicación por escalar:

- Producto escalar:

- Producto vectorial (solo en 3D): genera un nuevo vector perpendicular.

**Matrices**

Una matriz es un arreglo rectangular de números. Se usa para representar transformaciones lineales.

Operaciones básicas:

- Suma y resta: solo si tienen el mismo tamaño.

- Multiplicación por escalar: cada elemento se multiplica.

- Multiplicación de matrices, solo si el número de columnas de la primera es igual al número de filas de la segunda. Resultado: nueva matriz con dimensiones compatibles.

- Transposición: filas ↔ columnas.

- Inversa (solo para matrices cuadradas no singulares):

La multiplicación del inverso de una matriz por la matriz origen nos da como resultado la matriz unitaria donde todos los elementos de la diagonal tienen un valor de 1 y todos los demás elementos de la matriz resultante tienen un valor de 0 (cero).

Aplicaciones clave con matrices:

- En machine learning los vectores representan características y las matrices representan datos o pesos.

- En álgebra lineal: operaciones permiten resolver sistemas, transformar espacios y optimizar funciones.

* Los diferentes tipos de normas (Manhattan y euclidiana) y sus diferentes usos.

En álgebra lineal, las normas son funciones que asignan un número real no negativo a un vector, proporcionando una medida de su "tamaño" o "longitud". Existen varios tipos de normas, cada una con sus propias características y aplicaciones:

Las normas Manhattan y euclidiana son las más comunes:

| **Norma** | **Principales Aplicaciones** |
| --- | --- |
| Norma Euclidiana (Norma (L\_2)): También conocida como la norma (L\_2) o norma (2), es la más común y se define como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las componentes del vector. Para un vector , se calcula como: | Ampliamente utilizada en la geometría y en la teoría de la optimización. Es fundamental en el cálculo de distancias en el espacio euclidiano, lo que la hace esencial en algoritmos de aprendizaje automático, como el k-means clustering y los métodos de regresión. También se utiliza en la física para calcular magnitudes como la velocidad y la aceleración y en ingeniería por ejemplo para el cálculo de estructuras. |
| Norma Manhattan (Norma (L\_1)): También conocida como la norma (L\_1) o norma de la "suma absoluta", se define como la suma de los valores absolutos de las componentes del vector:  ] | Se utiliza en problemas de optimización donde se desea minimizar la suma de las diferencias absolutas. Es común en la teoría de redes y en la optimización de rutas, como en el problema del viajante. También se utiliza en el aprendizaje automático, especialmente en técnicas de regularización como la regresión Lasso, que ayuda a seleccionar características importantes en modelos predictivos. |

* **La descomposición matricial en valores singulares y su interpretación geométrica.**

La descomposición en valores singulares (SVD) es una herramienta del álgebra lineal que permite descomponer cualquier matriz en tres componentes con propiedades geométricas muy claras.

**¿Qué es la descomposición en valores singulares?**

Dada una matriz real de tamaño , su descomposición en valores singulares se expresa como:

- : matriz ortogonal de tamaño (columnas son vectores unitarios ortogonales).

- : matriz diagonal de tamaño , con los valores singulares en la diagonal.

- : transpuesta de una matriz ortogonal de tamaño .

**Interpretación geométrica**

La SVD puede entenderse como una transformación geométrica en tres etapas:

1. Rotación/reflexión por :

- Transforma los vectores del espacio de entrada.

- Reorienta la base del espacio original.

2. Escalado por :

- Estira o comprime los vectores en direcciones específicas.

- Cada valor singular indica cuánto se escala en la dirección correspondiente.

3. Rotación/reflexión por :

- Reorienta los vectores escalados hacia el espacio de salida.

📐 En otras palabras, si aplicas la matriz a un vector, estás:

- Rotando el vector con ,

- Escalándolo con ,

- Y rotándolo nuevamente con .

Por ejemplo:

Se aplica una matriz a un círculo unitario en el plano. El resultado será una elipse:

- Los ejes de la elipse están alineados con los vectores singulares.

- Las longitudes de los ejes son los valores singulares ).

Aplicaciones prácticas:

* Compresión de imágenes: conservar solo los valores singulares más grandes permite reducir el tamaño sin perder mucha calidad.
* Análisis de datos (PCA): la SVD revela las direcciones principales de variación.
* Resolución de sistemas sobredeterminados: encontrar soluciones óptimas en mínimos cuadrados.
* **Las características del espacio de probabilidad, las variables aleatorias y los diferentes tipos de distribuciones de probabilidad.**

El **espacio de probabilidad** es el marco matemático que describe un experimento aleatorio. Se compone de tres elementos:

|  |  |
| --- | --- |
| **Elemento** | **Descripción** |
| Espacio muestral (Ω) | Conjunto de todos los posibles resultados del experimento. Ejemplo: al lanzar un dado → Ω = {“Cara”, “Cruz”} |
| Eventos (E) | Subconjuntos del espacio muestral. Ejemplo, obtener un número par → E = {2,4,6} |
| Función de probabilidad (P) | Asigna una probabilidad a cada evento, cumpliendo: P(Ω) = 1 y 0 ≤ P(E) ≤ 1 |

Una **variable aleatoria** es una función que asigna un valor numérico a cada resultado del espacio muestral, se clasifican en:

|  |  |
| --- | --- |
| **Tipo** | **Características** |
| Discreta | Toma valores aislados (enteros). Ejemplo número de caras al lanzar 3 monedas. |
| Continua | Toma valores dentro de un intervalo real. Ejemplo: presión arterial medida en mmHg (milímetros de Mercurio). |

Cada variable aleatoria tiene asociada una distribución de probabilidad, que describe cómo se distribuyen sus valores.

**Tipos de distribuciones de probabilidad:**

**Distribuciones discretas**

|  |  |
| --- | --- |
| **Distribución** | **Aplicación típica** |
| Bernoulli | Éxito/fracaso (Ejemplo, ¿funciona el stent o no?) |
| Binomial | Número de éxitos en n ensayos (Ejemplo, 5 angioplastias exitosas de 10) |
| Poisson | Eventos raros en tiempo/espacio (Ejemplo, emergencias médicas por hora) |
| Geométrica | Número de intentos hasta el primer éxito. |
| Hipergeométrica | Extracción sin reemplazo (Ejemplo, selección de pacientes) |

**Distribuciones continuas**

|  |  |
| --- | --- |
| **Distribución** | **Aplicación típica** |
| Normal (Gaussiana) | Fenómenos naturales (Ejemplo, presión arterial, colesterol) |
| Exponencial | Tiempo entre eventos (Ejemplo, tiempo hasta siguiente consulta) |
| Uniforme continua | Todos los valores tienen igual probabilidad. |
| Lognormal | Valores positivos con sesgo (Ejemplo, duración de hospitalización). |
| Gamma / Weibull | Modelos de supervivencia y confiabilidad. |

* **El teorema de Bayes y su aplicación para solucionar problemas probabilísticos.**

El \*\*teorema de Bayes\*\* es una herramienta poderosa para actualizar probabilidades cuando se dispone de nueva información. Es especialmente útil en medicina, diagnóstico clínico, inteligencia artificial y toma de decisiones bajo incertidumbre.

El teorema de Bayes permite calcular la \*\*probabilidad condicional inversa\*\*, es decir, la probabilidad de que ocurra un evento A dado que ocurrió otro evento B, usando información previa.

Fórmula general:

Donde:

P(A|B): Probabilidad de A dado B (probabilidad \*a posteriori\*)

P(B|A): Probabilidad de B dado A (verosimilitud)

P(A): Probabilidad de A (probabilidad \*a priori\*)

P(B): Probabilidad total de B

Aplicaciones prácticas

1. Diagnóstico médico probabilístico

Supón que tienes un test para detectar enfermedad cardiovascular:

- P(E): Probabilidad de tener la enfermedad (prevalencia)

- P(Pos|E): Probabilidad de que el test sea positivo si hay enfermedad (sensibilidad)

- P(Pos|¬E): Probabilidad de que el test sea positivo sin enfermedad (falsos positivos)

Con Bayes puedes calcular:

Esto da la probabilidad real de tener la enfermedad si el test salió positivo.

2. Evaluación de riesgo clínico

En el supuesto caso, con un CAC score elevado (764) y otros factores como edad, puedes usar Bayes para ajustar la probabilidad de eventos cardiovasculares al incorporar nuevos datos (como resultados de biomarcadores o imagenología).

3. Filtrado de información y decisiones logísticas

En sistemas de salud, Bayes ayuda a:

- Priorizar pacientes según riesgo ajustado

- Seleccionar hospitales con mayor probabilidad de éxito en procedimientos

- Optimizar cobertura SGMM según escenarios clínicos

Ejemplo:

Supongamos que 1% de la población tiene una condición, y el test tiene 99% de sensibilidad y 95% de especificidad. Si la prueba sale positiva, ¿cuál es la probabilidad real de tener la condición?

|  |  |
| --- | --- |
| **Parámetro** | **Valor** |
| |  |  | | --- | --- | | P(E) |  | | 0.01 |
| P(Pos|E) | 0.99 |
| P(Pos|¬E) | 0.05 |
| P(¬E) | 0.99 |
| P(E |Pos) | ≈ 0.17 |

Recordemos la fórmula:

El teorema de Bayes revela que, aun cuando el test es muy preciso, la probabilidad real de tener la condición es solo del 16.67%.

* **Los métodos de optimización y sus diferentes implementaciones.**

**Principales Métodos de Optimización en IA**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Método** | **Descripción breve** | **Implementaciones comunes** |
| Descenso de Gradiente | Minimiza funciones de pérdida ajustando parámetros iterativamente. | SGD, Adam, RMSprop |
| Ajuste de Hiperparámetros | Encuentra la mejor configuración para entrenar modelos. | Grid Search, Random Search, Optimización Bayesiana |
| Regularización | Evita el sobreajuste penalizando la complejidad del modelo. | L1 (Lasso), L2 (Ridge), Dropout |
| Cuantización | Reduce la precisión de los pesos para acelerar inferencias. | INT8, FP16, modelos ligeros |
| Poda de Redes | Elimina conexiones o neuronas irrelevantes para simplificar el modelo. | Pruning estructural, pruning por magnitud |
| Optimización Estocástica | Usa aleatoriedad para explorar soluciones en espacios complejos. | Simulated Annealing, Algoritmos Genéticos, PSO |
| Optimización Multiobjetivo | Equilibra múltiples objetivos simultáneamente. | NSGA-II, MOEA/D, técnicas evolutivas |
| Early Stopping | Detiene el entrenamiento cuando el modelo deja de mejorar. | Implementado en frameworks como TensorFlow/Keras |
| Batch Normalization | Acelera el entrenamiento normalizando activaciones intermedias. | Común en redes profundas |

**Aplicaciones en IA y métodos de optimización utilizados:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Aplicaciones** | **Tipo de Optimización** |
| Visión por Computadora | Cuantización y poda para modelos en dispositivos móviles. |
| Procesamiento de Lenguaje Natural | Ajuste de hiperparámetros y regularización para mejorar generalización. |
| Diagnóstico Médico | Optimización multiobjetivo para balancear precisión y sensibilidad. |
| AutoML | Automatiza el ajuste de hiperparámetros y selección de modelos. |
| IA Energéticamente Eficiente | Uso de modelos ligeros y hardware especializado. |

# 2. Vehículo Autónomo

**Lee con detenimiento la siguiente situación:**

En una planta industrial se está considerando la introducción de un vehículo inteligente que sea capaz de trasladarse de forma autónoma a través de las instalaciones y de transportar los productos desde el área de almacenamiento central hasta las diferentes zonas de manufactura. La empresa tiene tres áreas de manufactura y cada producto se encuentra empacado en un contenedor específico que identifica el área a la que pertenece.

# 3. Modelo y determinación de componentes de ML

**Aplicando el pensamiento lógico y analítico, modela la situación planteada anteriormente y determina, a partir de tus conocimientos actuales, cuáles serían los componentes de aprendizaje automático que consideras necesarios incluir para implementar la solución.**

Esta situación se presta muy bien para aplicar un enfoque lógico y analítico que integre modelos matemáticos, visión computacional y aprendizaje automático en un contexto industrial.

**Modelado de la situación**

Objetivo general. - Diseñar un sistema de navegación autónoma para un vehículo inteligente que transporte materiales desde el área de almacenamiento central hacia tres zonas de manufactura, identificando correctamente el destino de cada contenedor, evaluando las rutas posibles y evitando conflictos entre vehículos y otros obstáculos.

Componentes del sistema:

1. Vehículo autónomo con capacidad de navegación y manipulación de carga.

2. Contenedores etiquetados e información del destino (zona de manufactura).

3. Mapa de la planta industrial con rutas, obstáculos y zonas definidas.

4. Sistema de control y toma de decisiones basado en datos sensoriales y etiquetas.

**Flujo de la operación:**

Diagrama

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.

**Componentes de aprendizaje automático necesarios**

| **ACTIVIDAD** | **MODELO SUGERIDO** |
| --- | --- |
| 1. Clasificación de contenedores    1. Objetivo: Identificar el destino del contenedor (Zona A, B o C).    2. Datos requeridos: Etiquetas visuales, códigos, colores, formas del contenedor. | Clasificador supervisado, por ejemplo CNN si se usan imágenes o Random Forest si se usan códigos QR o RFID. |
| 1. Localización y mapeo (SLAM)    1. Objetivo: Crear y actualizar un mapa de la planta en tiempo real.    2. Datos requeridos: Sensores LIDAR, cámaras, GPS interno, odometría. | Algoritmos de SLAM con redes neuronales para detección de obstáculos y reconocimiento de entorno. |
| 1. Planificación de rutas    1. Objetivo: Determinar la ruta más eficiente y segura hacia el destino.    2. Datos requeridos: Mapa, ubicación actual, destino, obstáculos. | Algoritmos de búsqueda (A\*, Dijkstra) combinados con aprendizaje por refuerzo para adaptarse a cambios dinámicos. |
| 1. Detección y evasión de obstáculos    1. Objetivo: Evitar colisiones durante el trayecto.    2. Datos requeridos: Imágenes en tiempo real, sensores de proximidad. | Redes neuronales convolucionales (CNN) para visión computacional o modelos de segmentación semántica. |
| 1. Optimización y aprendizaje continuo    1. Objetivo: Mejorar el rendimiento del sistema con el tiempo.    2. Datos requeridos: Historial de rutas, tiempos de entrega, errores, condiciones del entorno. | Aprendizaje por refuerzo o aprendizaje federado si hay múltiples vehículos. |

# 4. Características adicionales al modelo utilizando IBM Cloud

**Considerando la incorporación de los recursos disponibles de una plataforma en la nube (por ejemplo, IBM Cloud) y conociendo que el vehículo puede conectarse a esta de alguna forma. ¿Cuáles serían las nuevas características que podrías agregarle a tu solución para mejorar aún más la propuesta inicial?**

Incorporar una plataforma en la nube como IBM Cloud abre un abanico de posibilidades para escalar, optimizar y hacer más inteligente el sistema. Vamos a explorar cómo esta integración puede transformar la propuesta inicial en una solución más robusta, colaborativa y adaptable.

**Ventajas clave de usar IBM Cloud**

Escalabilidad: Procesamiento y almacenamiento sin límites físicos.

Interoperabilidad: Integración con servicios de IA, IoT, bases de datos y APIs.

Seguridad: Gestión de identidades, cifrado y monitoreo.

Analítica avanzada: Capacidad de procesar grandes volúmenes de datos en tiempo real.

**Nuevas características que se podrían agregar:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Nueva Característica** | **Función** | **Implementación** | **Beneficio** |
| Monitoreo remoto en tiempo real | Visualizar la ubicación, estado y desempeño del vehículo desde cualquier dispositivo. | Usar IBM Watson IoT Platform para recibir datos de sensores y mostrar dashboards en IBM Cloud | Mejorar la supervisión operativa y permitir una intervención rápida ante fallos. |
| Entrenamiento y actualización dinámica de modelos | Reentrenar modelos de clasificación, navegación y planificación con nuevos datos. | Usar IBM Watson Machine Learning para automatizar pipelines de entrenamiento. | El sistema se adapta a cambios en el entorno físico o en los patrones de operación. |
| Análisis predictivo y mantenimiento preventivo | Predecir fallos mecánicos o cuellos de botella logísticos. | Integrar IBM Cloud Pak for Data para analizar registros de operación y detectar anomalías. | Reduce tiempos muertos y mejora la eficiencia operativa. |
| Optimización colaborativa multi-vehículo | Coordinar varios vehículos inteligentes en la planta. | Usar servicios de mensajería como IBM Event Streams (Kafka) para compartir rutas y estados. | Evita congestión, mejora la distribución de tareas y permite decisiones colectivas. |
| Registro histórico y trazabilidad | Mantener un historial completo de entregas, rutas y decisiones tomadas. | Almacenar en IBM Cloudant (NoSQL) o IBM Db2. | Facilita auditorías, análisis de desempeño y mejora continua. |
| Interfaz web para usuarios humanos | Permitir a operarios asignar tareas, consultar estados y modificar parámetros. | Crear una app web con IBM App Connect + Node-RED + servicios de backend. | Mejora la interacción humano-máquina y democratiza el uso del sistema. |
| Gestión de identidad y acceso | Controlar quién puede modificar, supervisar o acceder a los datos. | Usar IBM Identity and Access Management (IAM). | Asegura la integridad del sistema y protege datos sensibles. |

# 5. Programa para realizar reducción con la menor pérdida posible.

Se conoce que un vehículo como el descrito puede tener una o varias cámaras incorporadas, cuya resolución de captura es de 1920 x 1080 píxeles.

Si la máxima calidad con la que se pueden transmitir las imágenes a través de la red está limitada a la tercera parte de la resolución original (es decir a 640 x 360 píxeles), desarrolla un programa que sea capaz de realizar esta reducción con la menor pérdida posible. Considera el lenguaje de programación Python y la aplicación de la descomposición matricial en valores singulares.

**Objetivo:**

Reducir una imagen de resolución 1920×1080 a 640×360 (un tercio en cada dimensión), utilizando **descomposición en valores singulares (SVD)** para preservar la mayor cantidad de información visual.

La **SVD** permite descomponer una imagen en componentes que capturan su estructura esencial. Al conservar solo los valores singulares más significativos, se puede reconstruir una versión comprimida de la imagen con mínima pérdida perceptual.

**Fundamento matemático**

Para una matriz de imagen , la SVD es:

Donde:

- son matrices ortogonales.

- es una matriz diagonal con los valores singulares.

- Al conservar solo los primeros valores singulares, obtenemos una aproximación rank-k de la imagen.

**Se buscan los siguientes objetivos en el programa en Python:**

1. Cargar una imagen con resolución de 1920×1080.
2. Convertirla a escala de grises.
3. Reducir la resolución a 640×360.
4. Aplica SVD para compresión.
5. Reconstruir la imagen comprimida para percibir la pérdida visual en la imagen.

**La imagen a reducir es la siguiente:**

**Animal acostado en el pasto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.**

En la primera parte del código importamos las librerías que vamos a utilizar en nuestro programa, también cargamos la imagen, mediante la función imread de cv2, con la que vamos a trabajar.

**Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.**En la segunda celda convertimos la imagen a escala de grises.

Interfaz de usuario gráfica, Texto, Aplicación

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.Redimensionamos la imagen a 640x380 píxeles y aplicamos la descomposición en Valores Singulares (SVD) para comprimir la imagen en escala de grises:

Se aplica SVD a la imagen redimensionada.

full\_matrices=False evita que se generen matrices más grandes de lo necesario (optimiza memoria).

* U: contiene patrones verticales.
* S: contiene la “energía” o importancia de cada componente.
* VT: contiene patrones horizontales.

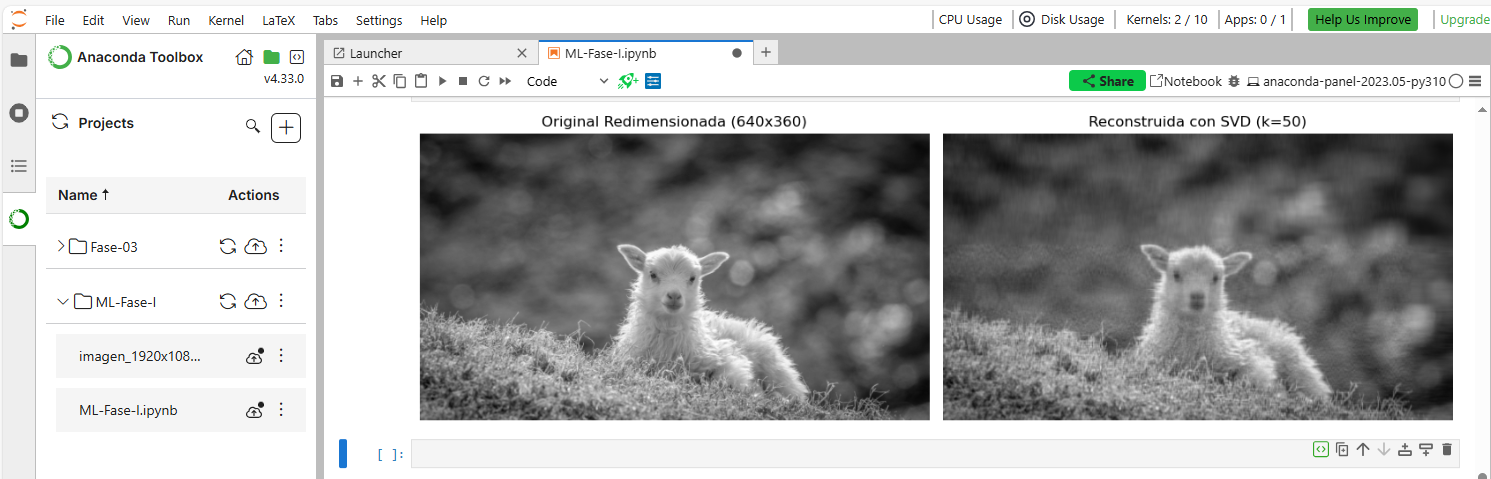
Se seleccionan los primeros k vectores más significativos:

* U\_k: las primeras k columnas de U.
* S\_k: matriz diagonal con los primeros k valores singulares.
* VT\_k: las primeras k filas de VT.

A continuación, se reconstruye la imagen comprimida y se procede a la visualización comparativa de la imagen en gris redimensionada y la imagen reconstruida con SVD:

Interfaz de usuario gráfica, Texto

El contenido generado por IA puede ser incorrecto.El resultado es el siguiente:

Aunque si es posible visualizar una pérdida en la calidad de la imagen, vemos que los componentes fundamentales se mantienen (como el cordero y sus razgos, el pasto y el fondo fuera de foco)

La imagen comprimida tiene aproximadamente 52,500 valores mientras la imagen en escala de grises original tiene 230,400 valores, por lo que la ratio de compresión es:

(≈ 22.8% del tamaño original)

# 6. Conocimientos matemáticos aplicados al punto 2.

Realiza un análisis a partir de los conocimientos matemáticos recordados durante el módulo y determina cuáles de estos se necesitan poner en práctica para solucionar una problemática como la planteada en el punto 2.

Diseñar un sistema para que un vehículo inteligente identifique contenedores y entregue productos en áreas específicas de manufactura requiere una integración de varios conocimientos matemáticos.

**Conocimientos matemáticos necesarios**

**Álgebra lineal**

Representación matricial de imágenes, las imágenes de los contenedores pueden modelarse como matrices de píxeles.

Transformaciones lineales para procesar imágenes (rotación, escalado, filtrado).

Descomposición en valores singulares (SVD) para compresión o extracción de características visuales.

Aplicación: Procesamiento de imágenes captadas por el vehículo para identificar el área de destino del contenedor.

**Modelado y resolución de problemas**

Permite estructurar el problema logístico como un modelo matemático optimizable:

* Formulación matemática del entorno para representar la planta como un grafo o red de caminos.
* Variables de decisión para modelar qué ruta tomar, qué contenedor transportar, cuándo hacerlo.
* Restricciones, como la capacidad del vehículo, tiempos de entrega, obstáculos físicos.

**Optimización**

Para decidir la mejor ruta para entregar cada contenedor.

Algoritmos de rutas óptimas, como: Dijkstra, A\* y Bellman-Ford, para encontrar trayectorias eficientes.

Programación lineal, para asignar tareas y minimizar tiempos o distancias.

Heurísticas, cuando el problema es muy complejo para soluciones precisas.

**Estadística y análisis de datos**

Mejora continua del sistema mediante análisis de datos históricos.

Distribución de entregas: Análisis de frecuencia por zona, horarios pico.

Predicción de demanda mediante modelos probabilísticos para anticipar necesidades por área.

Evaluación de desempeño, mediante métricas como tiempo promedio de entrega y tasa de error.

### 5. 🧮 Lógica matemática y sistemas de decisión

Condicionales y reglas de inferencia: Para que el vehículo actúe ante situaciones imprevistas.

Algoritmos de control: Para ajustar velocidad, dirección y comportamiento.

Sistemas expertos: Reglas basadas en conocimiento para tomar decisiones autónomas.

📌 \*Aplicación\*: Asegura que el vehículo opere de forma segura y coherente.

---

### 6. 🧭 Geometría y trigonometría

Ubicación y orientación: Cálculo de ángulos, distancias y trayectorias.

Mapeo del entorno: Representación espacial de la planta y obstáculos.

📌 \*Aplicación\*: Navegación precisa dentro de la planta industrial.

# **Conclusiones**

**Métodos de optimización numérica y aprendizaje automático**

1. Fundamento tecnológico

Los métodos de optimización numérica son necesarios para el funcionamiento de computadoras y dispositivos electrónicos, ya que permiten el desempeño eficiente de cálculos complejos.

2. Aplicación en el aprendizaje automático

Se basan en el descenso de gradiente, que es un concepto esencial en el aprendizaje automático (ML) y se utiliza para reducir funciones de costo o pérdida con el fin de predecir mejor los resultados.

3. Importancia del cálculo diferencial

Conocer cosas como gradientes, derivadas, máximos y mínimos de alguna función es crucial para el correcto funcionamiento de estas técnicas.

4. Metáfora del descenso de gradiente

Si no tienes cuidado al bajar al valle con una linterna iluminando el camino frente a ti, así es cada paso que necesitamos dar en cada iteración del algoritmo.

5. Optimización con restricciones

Cuando hay restricciones en nuestros problemas, los multiplicadores de Lagrange nos ayudan a encontrar las soluciones óptimas.

6. Uso de herramientas computacionales

Esto facilita los cálculos, pero se espera que el usuario tenga cierto juicio y conocimiento para usarlo correctamente (a diferencia de un sistema completamente automático).

7. Tres pilares fundamentales

Los datos y modelos, utilizados en el aprendizaje, son los ingredientes básicos de todo sistema de aprendizaje automático. Un modelo no es bueno o malo según qué tan bien se desempeñe con datos previamente vistos; un buen modelo proporciona resultados refinados para que el nuevo conjunto de datos no visto, pero que sin embargo tiene alguna apuesta ofrecida, también haga una predicción.

8. Transformación de datos

Los datos pueden estar en muchas formas, pero después de realizar las transformaciones adecuadas, todos se convierten en una forma vectorial, que es aceptada por estos modelos para aplicar lógica matemática y hacer algunas comparaciones.

9. El predictor como modelo matemático

En el corazón del aprendizaje automático está esta idea: aprender un buen predictor. En términos generales, una buena función o modelo probabilístico que describa correctamente los datos.

10. Ajuste del modelo

Escenarios:

1) Algunos de los parámetros del modelo no se pueden estimar,

2) Solo un conjunto de estimaciones de parámetros del modelo o

3) Todos los conjuntos del dominio tienen estimaciones de parámetros.

Sobreajuste: el modelo se ajusta tan bien a los datos conocidos que pierde su capacidad de generalización.

Subajuste: el modelo no aprende el patrón de los datos.

Buen ajuste: el modelo encuentra el punto medio entre precisión y generalización.

11. Criterios de selección

Una razón importante para los criterios de ajuste del modelo es que el predictor final requerirá trabajar de manera óptima con nuevos datos.

**Sistemas de aprendizaje automático**

Los datos son el pilar fundamental de cualquier sistema de inteligencia artificial. Su calidad, cantidad y relevancia determinan el éxito del modelo predictivo.

El modelo no es una solución mágica, sino una estructura matemática que necesita ser alimentada con datos adecuados y transformaciones precisas para generar resultados útiles.

El aprendizaje implica ajustar parámetros del modelo para minimizar errores y mejorar la capacidad de generalización frente a nuevos datos.

La interacción humana sigue siendo esencial, como se observa en el entorno colaborativo de la imagen: la interpretación de resultados, la selección de variables y la validación del modelo requieren criterio técnico y experiencia.

La visualización de datos y resultados facilita la comprensión del comportamiento del modelo y permite tomar decisiones informadas durante el proceso de entrenamiento y evaluación.

El resolver una problemática como el caso de los vehículos autónomos, implica variados conocimientos matemáticos que van desde la abstracción (modelado) hasta la optimización y decisión. Los vehículos autónomos son un ejemplo de cómo la matemática aplicada puede transformar procesos industriales de forma inteligente y contextualizada.

# **Liga al código en Github**

<https://github.com/luisgg121/ML-Fase-I.git>